

## INCERTEZAS NAS MEDIÇÕES DE VOLUME

Vicente Machado Neto<sup>1</sup>, Rogério Rein<sup>1</sup>, Fábio Bertotti<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Centro Federal de Educação Tecnologia do Paraná – CEFET-PR, Curitiba, Brasil.

**Resumo:** O presente trabalho foi realizado didaticamente como parte dos estudos da disciplina de Medidas Elétricas, estudo de incertezas de medições, do Curso de Engenharia Industrial Elétrica, ênfase Eletrônica / Telecomunicações do CEFET-PR. As medições de volumes pelas suas características exigem quase sempre um grande trabalho na determinação das incertezas. Este trabalho apresenta diferentes sistemas de medição que podem ser empregadas na medição de volumes, onde se faz uma quantificação das principais incertezas dos sistemas de medição. Também foi verificada a reprodutibilidade dos sistemas, repetindo-se os mesmos procedimentos com outro operador, em condições ambientais diferentes mas utilizando-se os mesmos instrumentos de medição.

**Palavras chave:** medição de volume, incertezas de medição, metrologia.

### 1. APLICAÇÕES DAS MEDIÇÕES DE VOLUMES

O INMETRO – Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial, possui o Laflu (Laboratório de Fluidos), o Laflu é um laboratório especializado em medições de volumes em geral, como por exemplo, medição do volume de vasilhames de refrigerante, água, leite, bebidas, produtos químicos e de limpeza (água sanitária, detergente, etc), óleos de cozinha e óleos minerais, produtos alimentícios, como iogurtes, sucos, manteigas, queijos, entre outros produtos que são comercializados e faz-se necessária a fiscalização para garantir que o volume anunciado realmente esteja contido na embalagem. Produtos como queijos e manteigas são avaliados por sua massa, que é medida indiretamente através de seu volume e de sua densidade. O INMETRO nas medições de volumes utiliza basicamente instrumentos tais como buretas, pipetas, provetas, balões volumétricos e outros. Muitas vezes pelo formato irregular dos recipientes, faz-se a medição do volume de líquido que o recipiente pode conter.

Na prática as empresas utilizam as medições de volume na confecção dos seus produtos, pode-se citar a indústria automobilística que necessita da medição do volume de óleo a ser injetado no cárter, no sistema de direção hidráulica e outros. Na prática as indústrias utilizam instrumentos tais como buretas e provetas

graduadas, para calibração periódica dos equipamentos de injeção de líquidos.

### 2. EXEMPLO PRÁTICO DE MEDIÇÃO DE VOLUME

Tendo sido colocado o problema de medição do volume de um recipiente irregular, utilizando-se comparativamente diferentes sistemas de medição, foi escolhido a determinação do volume de um tubo de ensaio Figura 1, fabricado pela empresa Merck. O objetivo é levantar e quantificar todas as incertezas, e analisar a significância destas no experimento.

Como o tubo de ensaio é um recipiente irregular, não é possível calcular seu volume através das medições de altura, largura e comprimento. Os seguintes métodos poderiam ser utilizados:

1) Mergulhar o tubo de ensaio em um recipiente de volume padrão e medir o volume de líquido deslocado, que será o volume ocupado pelo tubo. A seguir, vedase a boca do tubo e mergulha-se novamente no recipiente, anotando-se novamente o volume deslocado. A diferença desta última medição para a primeira resultará no volume interno do tubo ou volume do recipiente;

2) Despejar um fluido dentro do tubo, com o auxílio da instrumentação necessária e anotar o valor obtido até que o fluido preencha completamente o tubo.

O primeiro método não foi utilizado, pois não foi possível obter um recipiente de volume padrão para realizar as medições. Foi utilizado, então, o segundo método, que será explicado abaixo.



Figura 1– Tubo de ensaio.

O experimento foi realizado no Laboratório de Pesquisa de Química do CEFET-PR (sala N-109). Primeiramente, escolheu-se os instrumentos de medição, levando-se em conta suas resoluções. Dentre os instrumentos disponíveis, os instrumentos de menor resolução eram a seringa de 5mL, a Bureta Graduada de 25mL e de 50mL e a Proveta de 25mL.

A seringa foi excluída pois possui uma incerteza de medição muito grande comparada com os demais. Os instrumentos de menor resolução são as buretas de 25mL e 50mL, mas como o experimento exigia a utilização de dois sistemas de medição diferentes, foram escolhidos a bureta graduada de 25mL Figura 2 e a proveta de 25mL Figura 3.

### 2.1. Procedimento de medição

O seguinte procedimento foi executado para os dois sistemas de medição, bureta e proveta:

- 1) Retirou-se água do destilador e colocou-se na pisseta Figura 4.
- 2) Mediu-se a temperatura ambiente e anotou-se;
- 3) Mediu-se a temperatura da água destilada e aguardou-se o equilíbrio térmico da água com o meio ambiente;
- 4) Retirou-se o tubo de ensaio, a proveta e a bureta do almoxarifado e esperou-se que entrassem em equilíbrio térmico com o meio (aproximadamente uma hora);
- 5) Colocou-se água na bureta / proveta até a sua zeragem;
- 6) Derramou-se a água da bureta / proveta no tubo de ensaio até seu completo preenchimento, anotando-se o valor derramado;
- 7) Esvaziou-se e enxugou-se o tubo de ensaio;
- 8) Repetiu-se o procedimento a partir da etapa 5 para as outras medições.

Foram feitas dez medições com a bureta e dez medições com a proveta graduada seguindo-se o mesmo procedimento.

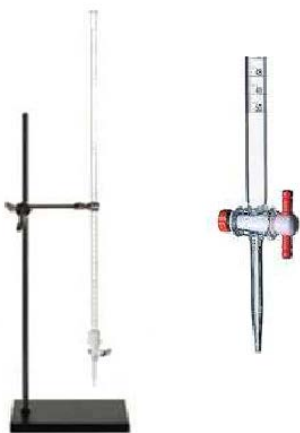


Figura 2 – Bureta graduada.



Figura 3 – Proveta graduada.



Figura 4 – Pisseta.

Para verificar a reprodutibilidade da experiência, realizou-se o citado procedimento em dois dias diferentes, com condições ambientais e operadores diferentes.

As médias dos valores obtidos nos dois sistemas de medição, assim como as médias das repetições, sob condições de diferente operador, dia e temperatura ambiente, encontram-se na Tabela 1. As primeiras medições foram feitas à temperatura ambiente de 23 °C e as repetições à temperatura de 20 °C.

Os resultados obtidos em termos de incerteza Tipo A para os dois métodos de medição e suas repetições encontram-se na

Tabela 2.

Tabela 1 – Média das 10 medições do volume do tubo de ensaio pelos diferentes sistemas e suas repetições.

Sistema de medição	Média das 10 medições (mL)
1-Bureta graduada	22,50
2-Proveta	22,76
1-Bureta grad. (rep)	22,54
2-Proveta (rep)	22,84

Tabela 2 – Média, desvio padrão, graus de liberdade e incerteza Tipo A para os diferentes sistemas e suas repetições.

Sistema de medição	Média (mL)	D. P (mL)	g.l.	Inc. Tipo A (mL)
1-Bureta	22,50	0,1054	9	0,03333
2-Proveta	22,76	0,08433	9	0,02667
1-Bur (rep)	22,54	0,08433	9	0,02667
2-Prov(rep)	22,84	0,08433	9	0,02667

### 3. INCERTEZAS NA MEDIÇÃO DE VOLUME

Quantifica-se a seguir as principais incertezas dos sistemas de medição empregados.

#### 3.1. Incerteza devido à pressão da água no tubo de ensaio

Quando a água estiver preenchendo completamente o tubo de ensaio, ela irá ocasionar uma deformação no tubo devido à pressão que irá exercer sobre o mesmo. Este é um efeito sistemático.

Para os cálculos será necessário saber a altura, o diâmetro e a espessura do vidro do tubo de ensaio. Estas medições foram feitas com um paquímetro Hélios Stainless, não calibrado, mas em ótimo estado de conservação. Segundo especificações do Infometro [9], a incerteza máxima de medição para paquímetros calibrados com resolução de 0,02mm, como é o caso, é de  $\pm 0,05\text{mm}$ . Logo, considerou-se que o paquímetro estava calibrado, com incerteza de medição de  $\pm 0,05\text{mm}$ .

Também se observou que a espessura do tubo de ensaio é constante em toda sua área.

Altura Máxima = 150,39 – 1,55 (esp. Vidro) = 148,84 mm

Diâmetro Interno Máximo = 12,73 mm

Com as dimensões do tubo conhecidas, pôde-se fazer o cálculo da pressão. Para os cálculos definiu-se um sistema de coordenadas cartesianas de forma que o eixo z esteja ao longo da altura do tubo e os eixos x e y ao longo da seção transversal do tubo.

A pressão exercida em x e y será a mesma, pois o raio é constante:

$$\sigma = \mu \cdot g \cdot h \quad (1)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = 999,9,81 \cdot 0,01273 = 124,756 \quad (2)$$

$$Pa = 124,756 \cdot 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2$$

Onde  $\mu = 999\text{kg/m}^3$  é a massa específica da água destilada e  $g = 9,81\text{m/s}^2$  é a aceleração da gravidade. Não foi possível obter o valor da aceleração da gravidade em Curitiba, então se usou o valor tabelado, mas a diferença deste valor é desprezível para este cálculo.

A pressão exercida em z, considerando-se a altura máxima, ou seja a pressão na base do tubo será:

$$\sigma_z = 999,9,81 \cdot 0,14884 = 1458,660 \quad (3)$$

$$Pa = 1458,660 \cdot 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2$$

Com estes valores, pôde-se calcular os coeficientes de deformação longitudinal em x, y e z, respectivamente,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$ . As deformações longitudinais em x e em y são iguais, pois as pressões em x e em y são iguais.

“E” é o módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young e vale  $6,6 \cdot 10^6$  para o vidro [5], “m” muda para cada material e para o caso do vidro,  $m = 3$  [5].

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{1}{E} \left( \sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m} \right) = \frac{1}{6,6 \cdot 10^6} \left( 124,756 - \frac{124,756 + 1458,660}{3} \right) \cdot 10^{-5} = -61,068 \cdot 10^{-11} \quad (4)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left( \sigma_z - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{m} \right) = \frac{1}{6,6 \cdot 10^6} \left( 1458,660 - \frac{124,756 + 124,756}{3} \right) \cdot 10^{-5} = 208,407 \cdot 10^{-11} \quad (5)$$

Com os coeficientes de deformação longitudinal, calcula-se o coeficiente de deformação volumétrica, pela fórmula:

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (6)$$

$$e = (-61,068 - 61,068 + 208,407) \cdot 10^{-11} = 86,271 \cdot 10^{-11} \quad (7)$$

Pode-se observar que o valor de “e” é positivo, indicando um aumento de volume devido à deformação sofrida pela pressão da água. A variação de volume é calculada pela fórmula (8), na qual  $V_i$  é o volume do tubo desconsiderando-se o efeito da deformação. O valor de  $V_i$  será a média dos valores de cada seqüência de medição (Tabela 1).

$$\Delta V = e \cdot V_i \quad (8)$$

Como exemplo, para o cálculo do efeito sistemático devido à pressão da água no tubo de ensaio para a primeira medição, o seguinte cálculo é feito:

$$\Delta V = 86,271 \cdot 10^{-11} \cdot 22,50 = 1941,1 \cdot 10^{-11} \text{ mL} = 19,411 \text{ pL} \quad (9)$$

Como se pode perceber, a deformação é tão pequena que não se faz necessário considerar este efeito sistemático no cálculo das incertezas, pois está na ordem de picolitros.

O vidro do tubo de ensaio possui uma pureza de 96%, segundo o fabricante [10]. O cálculo das deformações longitudinais deveria considerar uma variação de  $\pm 4\%$  no valor do módulo de elasticidade longitudinal (E) devido às impurezas do vidro, mas esta variação é desprezível, como se pôde notar no cálculo anterior. O coeficiente “m” não se altera devido à impureza do vidro, pois este coeficiente muda conforme a classe do material (metais, madeira, vidro, cerâmicas, etc).

#### 3.2. Incerteza do termômetro

Considerando-se que durante o experimento foi utilizado um termômetro para medições de temperatura com incerteza máxima de  $\pm 0,5^\circ\text{C}$ . Para calcular a incerteza do volume devido à incerteza do termômetro, será necessário o coeficiente de dilatação volumétrica da água e do vidro, transcritos nas equações 10 e 11.

$$\gamma_{\text{água}} = 20 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \text{ à } 20^\circ\text{C} \quad [10] \quad (10)$$

$$\gamma_{\text{vidro}} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad [7] \quad (11)$$

O vidro, assim como a maioria dos materiais, possui coeficiente de dilatação constante para qualquer temperatura [6]. Já a água possui coeficiente de dilatação que varia de forma exponencial com temperaturas acima de  $4^\circ\text{C}$  [9]. Para as temperaturas ambientes que foram medidas, pode-se utilizar, com

boa aproximação, o valor de  $20 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  para o coeficiente de dilatação volumétrica da água, pois esta aproximação não causará diferenças significativas no valor das incertezas calculadas.

Calcula-se a seguir a diferença entre os coeficientes de dilatação volumétrica da água e do vidro:

$$\Delta\gamma = \gamma_{\text{água}} - \gamma_{\text{vidro}} = (20 - 2,7) \cdot 10^{-5} = 17,3 \cdot 10^{-5} \quad (12)$$

Com este valor, calcula-se a incerteza do volume do tubo devido à incerteza do termômetro, através da fórmula:

$$I_{\text{termômetro}} = \pm V_i \cdot \Delta\gamma \cdot \Delta T \quad [6] \quad (13)$$

Esta incerteza surge devido ao fato de que o vidro se comporta de uma maneira com a variação da temperatura e a água de outra maneira. Pode-se notar que caso o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro fosse igual ao da água, esta incerteza teria valor igual a zero, pois neste caso  $\Delta\gamma = 0$ . O valor de  $V_i$  é o volume médio das medições e é retirado da Tabela 1. Para a primeira medição, por exemplo,  $V_i = 22,50 \text{ mL}$ , então o cálculo seria conforme a equação 14.

$$I_{\text{termômetro}} = \pm 22,50 \cdot 17,3 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 = \pm 1,946 \cdot 10^{-3} \text{ mL} = \pm 1,946 \mu\text{L} \quad (14)$$

Percebe-se que esta incerteza não é desprezível e deverá ser considerada nos cálculos das incertezas.

Repetindo-se os mesmos cálculos para as outras medições, conforme a Tabela 1, encontra-se as incertezas em cada caso, como mostrado na Tabela 4.

Tabela 3 – Incertezas do volume devido à incerteza do termômetro.

Instrumento de Medição	Média dos Volumes (mL)	$I_{\text{termômetro}}$ ( $\mu\text{L}$ )
1-Bureta graduada	22,50	$\pm 1,946$
2-Proveta	22,76	$\pm 1,969$
1-Bureta graduada (rep)	22,54	$\pm 1,950$
2-Proveta (rep)	22,84	$\pm 1,976$

### 3.3. Incerteza devido à resolução do termômetro

Considerando-se que o termômetro utilizado possui resolução de  $1^\circ\text{C}$ . A limitação devido à resolução é uma avaliação de incerteza tipo B, pois esta introduz uma componente adicional de erro devido ao truncamento numérico na leitura da temperatura. O máximo erro de truncamento corresponde à metade do valor da resolução ( $0,5^\circ\text{C}$  no caso). Este erro pode ser modelado por meio de uma distribuição retangular.

Os cálculos e valores das incertezas devido à resolução do termômetro são exatamente os mesmo feitos para a incerteza do termômetro, portanto não serão aqui repetidos.

### 3.4. Incerteza dos instrumentos de medição

As incertezas da bureta graduada e da proveta utilizadas levam em consideração a tolerância do instrumento e o efeito da tensão superficial do líquido

no instrumento, que gera o menisco. Vale lembrar que as leituras da proveta e da bureta devem sempre ser feitas na parte inferior do menisco, para que a incerteza especificada pelo fabricante seja válida, vide Figura 5

As incertezas devido à tolerância e à tensão superficial são especificadas pelo fabricante e valem, respectivamente,  $\pm 0,05 \text{ mL}$  e  $\pm 0,1 \text{ mL}$  para a bureta e proveta.

Existem ainda as incertezas relativas à resolução de, respectivamente,  $\pm 0,05 \text{ mL}$  e  $\pm 0,1 \text{ mL}$  para a bureta e proveta que devem ser consideradas separadamente.

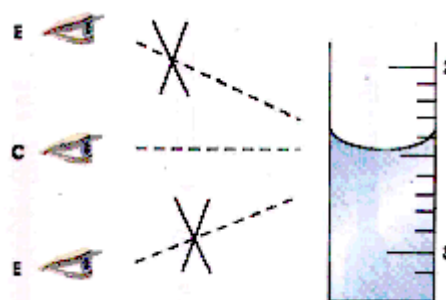


Figura 5 – Forma correta da leitura da bureta e da proveta.

### 3.5. Incerteza na zeragem dos instrumentos de medição.

A zeragem da bureta e da pipeta é feita quando a parte inferior do menisco (Figura 5) fica no nível de marcação do volume máximo do instrumento, no caso, na marcação de  $25 \text{ mL}$ . É muito difícil poder afirmar que a parte inferior do menisco está exatamente na marcação correta. O fabricante não especifica nenhuma incerteza na zeragem de seus instrumentos, mas na prática constata-se a existência desta. Pôde-se observar experimentalmente que esta incerteza fica próxima de  $\pm 0,02 \text{ mL}$  para a bureta e de  $\pm 0,05 \text{ mL}$  para a proveta. Estes valores foram obtidos da seguinte forma:

- 1) Bureta: cada divisão vale  $0,1 \text{ mL}$ . Na zeragem, o menisco não chega a ficar um quarto de divisão distante da marcação de  $25 \text{ mL}$ , para o pior caso de zeragem feito na prática. Logo,  $0,1/4$  é aproximadamente  $0,02 \text{ mL}$ , arredondando-se para baixo;
- 2) Proveta: segue-se o mesmo raciocínio da bureta. A resolução da proveta é  $0,2 \text{ mL}$ ,  $0,2/4 = 0,05 \text{ mL}$ .

As zeragens em que o menisco ficou mais distante que um quarto de divisão da marcação de  $25 \text{ mL}$  foram refeitas (tanto da proveta quanto da bureta). Logo, será usado no cálculo das incertezas  $\pm 0,02 \text{ mL}$  para a bureta graduada e  $\pm 0,05 \text{ mL}$  para a proveta.

### 3.6. Incerteza devido à pureza da água.

A água utilizada foi retirada do destilador do laboratório N110 de química. Conforme informação o destilador pode deixar no máximo  $5\%$  de impurezas

na água após o processo de destilação. Supondo-se que estas impurezas podem, no máximo, aumentar o coeficiente de dilatação volumétrica da água em 5% ou diminuir o coeficiente de dilatação volumétrica em 5%, dependendo dos coeficientes de dilatação destas impurezas.

Para o caso de diminuição de 5%, tem-se o limite inferior (LI) do coeficiente de dilatação volumétrica da água:

$$LI = 20 \cdot 10^{-5} - 5\% = 19 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (15)$$

Para o caso de aumento de 5%, tem-se o limite superior (LS) do coeficiente de dilatação volumétrica da água:

$$LS = 20 \cdot 10^{-5} + 5\% = 21 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (16)$$

A variação máxima do coeficiente de dilatação volumétrica da água será então o limite superior menos o limite inferior:

$$\Delta\gamma_p = LS - LI = (21 - 19) \cdot 10^{-5} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (17)$$

A temperatura de referência do experimento é de 20°C, pois é a temperatura na qual os instrumentos de medição (bureta e proveta) estão calibrados. Para as duas medições iniciais da Tabela 1, a temperatura ambiente era de 23°C. Então, a diferença de temperatura em relação à temperatura de referência será de 3 °C

A incerteza devido à pureza da água pode ser calculada pela fórmula:

$$I_{\text{pureza\_água}} = \pm V_i \cdot \Delta\gamma_p \cdot \Delta T \quad (18)$$

No qual  $V_i$  é a média dos volumes medidos, retirado da Tabela 1. Para  $V_i = 22,50\text{mL}$  o cálculo será:

$$I_{\text{pureza\_água}} = \pm 22,50 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 = \pm 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ mL} = \pm 1,35 \mu\text{L} \quad (19)$$

As repetições das medições foram feitas em uma temperatura de 20°C. Para estas,  $\Delta T = 20 - 20 = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$  e portanto a incerteza devido à pureza da água será zero. A Tabela 5 resume as incertezas devido à pureza da água para as medições efetuadas.

Tabela 4 – Incerteza do volume do tubo devido à pureza da água.

Sistema de Medição	Média dos Volumes (mL)	$I_{\text{pureza\_água}}$ ( $\mu\text{L}$ )
1-Bureta graduada	22,50	$\pm 1,350$
2-Proveta	22,76	$\pm 1,366$
1-Bureta grad. (rep)	22,54	0
2-Proveta (rep)	22,84	0

### 3.7. Incerteza devido à pureza do vidro do tubo de ensaio.

O vidro do tubo de ensaio possui uma pureza de 96%, segundo o fabricante [10]. Supondo-se como no caso da água, que estas impurezas possam, no máximo, aumentar o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro em 4%, ou diminuir o coeficiente de dilatação volumétrica em 4%, dependendo dos coeficientes de dilatação destas impurezas.

Para o caso de diminuição de 4%, tem-se o limite inferior (LI) do coeficiente de dilatação volumétrica do vidro:

$$LI = 2,7 \cdot 10^{-5} - 4\% = 2,592 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (20)$$

Para o caso de aumento de 4%, tem-se o limite superior (LS) do coeficiente de dilatação volumétrica do vidro:

$$LS = 2,7 \cdot 10^{-5} + 4\% = 2,808 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (21)$$

A variação máxima do coeficiente de dilatação volumétrica do vidro será então o limite superior menos o limite inferior:

$$\Delta\gamma_{pv} = LS - LI = (2,808 - 2,592) \cdot 10^{-5} = 0,216 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (22)$$

Para as duas medições iniciais da Tabela 1, a temperatura ambiente era de 23°C. Então, a diferença de temperatura em relação à temperatura de referência será de 3 °C.

A incerteza devido à pureza do vidro pode ser calculada pela fórmula:

$$I_{\text{pureza\_vidro}} = \pm V_i \cdot \Delta\gamma_{pv} \cdot \Delta T \quad (23)$$

No qual  $V_i$  é a média dos volumes medidos, para  $V_i = 22,50\text{mL}$  o cálculo será:

$$I_{\text{pureza\_vidro}} = \pm 22,50 \cdot 0,216 \cdot 10^{-5} \cdot 3 = \pm 0,1458 \cdot 10^{-3} \text{ mL} = \pm 0,1458 \mu\text{L} \quad (24)$$

As demais medições foram feitas em uma temperatura de 20°C, portanto a incerteza devido à pureza do vidro será zero. A Tabela 6 resume as incertezas devido à pureza do vidro para as medições efetuadas.

Tabela 5 – Incertezas do volume do tubo devido à pureza do vidro.

Sistema de Medição	Média Vol. (mL)	$I_{\text{pureza\_vidro}}$ ( $\mu\text{L}$ )
1-Bureta graduada	22,50	$\pm 0,1458$
2-Proveta	22,76	$\pm 0,1475$
1-Bureta grad. (rep)	22,54	0
2-Proveta (rep)	22,84	0

### 3.8. Efeito sistemático devido à temperatura.

Como a temperatura de referência é de 20°C, tem-se, para 23°C, a expansão tanto da água quanto do vidro, gerando-se um efeito sistemático.

Para as medições da tabela 1,  $V_i = 22,50\text{mL}$ ,  $\Delta T = 23 - 20 = 3^\circ\text{C}$ ,  $\gamma_{\text{água}} = 20 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e  $\gamma_{\text{vidro}} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ :

Para a água:

$$V_i \cdot \gamma_{\text{água}} \cdot \Delta T = 22,50 \cdot 20 \cdot 10^{-5} \cdot 3 = 13,50 \cdot 10^{-3} \text{ mL} = 13,50 \mu\text{L} \quad (25)$$

Para o vidro:

$$V_i \cdot \gamma_{\text{vidro}} \cdot \Delta T = 22,50 \cdot 2,7 \cdot 10^{-5} \cdot 3 = 1,823 \cdot 10^{-3} \text{ mL} = 1,823 \mu\text{L} \quad (26)$$

O efeito sistemático gerado devido à temperatura será então a diferença da expansão do vidro com a da água:

$$1,823 - 13,50 = -11,677 \mu\text{L} \quad (27)$$

Para as repetições onde se tem que  $\Delta T = 20 - 20 = 0^\circ\text{C}$ , o efeito sistemático gerado devido à temperatura será igual a zero.

#### 4. INCERTEZA COMBINADA

A Tabela 7 apresenta a planilha completa do cálculo da incerteza combinada para o sistema de medição da bureta, primeira medição. A

Tabela 8 apresenta um resumo das incertezas dos dois sistemas estudados (bureta e proveta), assim como as suas repetições e os resultados finais das medições.

Tabela 6 – Planilha de cálculo da incerteza combinada e efeitos sistemáticos para o sistema da bureta, primeira medição.

Componentes da Incerteza		Efeitos Sistemáticos	Efeitos Aleatórios				
Símbolo	Descrição	Correção (µL)	Valor bruto ± (µL)	Distribuição	divisor	U <sub>i</sub> (µL)	g.l
u <sub>A</sub>	Avaliação Tipo A	-	33,33	normal	1	33,33	9
I <sub>ter</sub>	Inc. do Term.	-	1,946	normal	2	0,9731	∞
R <sub>ter</sub>	Res. do Term.	-	1,946	retangular	√3	1,124	∞
B	Inc. da Bureta	-	50,00	normal	2	25,00	∞
R <sub>B</sub>	Res da Bureta	-	50,00	retangular	√3	28,87	∞
Z <sub>B</sub>	Zero da Bureta	-	20,00	normal	2	10,00	∞
P <sub>A</sub>	Pureza da Água	-	1,350	normal	2	0,675	∞
P <sub>V</sub>	Pureza do Vidro	-	0,1458	normal	2	0,073	∞
Var <sub>Temp</sub>	Var. Temp	-11,68	-	-	-	-	-
u <sub>C</sub>	Inc. Comb.	-	-	-	-	51,69	52
U <sub>95%</sub>	Inc Exp. (95%)	-	-	-	-	103,40	-

Tabela 7 – Quadro resumo das incertezas dos diferentes sistemas de medição estudados, assim como o resultado final das medições.

Sistema de Medição	Média dos Volumes (µL)	Efeito Sist (µL)	I <sub>combinada</sub> (µL)	g.l.	I <sub>exp 95%</sub> (µL)	Resultado da Medição (µL)
1-Bureta graduada	22500	-11,68	±51,69	52	±103,40	22488,32±103,40
2-Proveta	22760	-11,81	±84,69	92	±169,40	22748,19±169,40
1-Bureta graduada (rep)	22540	0	±47,66	92	±95,32	22540±95,32
2-Proveta (rep)	22840	0	±84,69	92	±169,40	22840±169,40

#### 5. CONCLUSÕES

O trabalho apresenta uma série de incertezas a serem consideradas no cálculo de volumes, assim como as suas relevâncias em função da quantificação.

O sistema de medição com a bureta mostrou-se melhor que o sistema da proveta, em função da menor incerteza resultante.

Pôde-se observar através da reprodutibilidade dos resultados que os sistemas de medição são robustos.

#### REFERÊNCIAS

- [1] A. Albertazzi. **Apostila de Metrologia (Parte I)**. UFSC – LABMETRO: Florianópolis, 2002.
- [2] **Incoterm Indústria de Termômetros**. Site consultado em agosto de 2003 [www.incoterm.com.br](http://www.incoterm.com.br).
- [3] **Merse Artigos para Laboratórios**. Site consultado em agosto de 2003 [www.merse.com.br](http://www.merse.com.br).

- [4] Bruce R. Munson. **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos Volume I**. Editora Edgard Blücher.
- [5] J. C. Doubrère. **Resistência dos Materiais**. Editorial Presença.
- [6] A. Máximo Ribeiro da Luz, Álvares AS. **Física Volume 2**. Editora Bernardo.
- [7] **INMETRO**. site consultado em agosto de 2003 [www.inmetro.gov.br](http://www.inmetro.gov.br).
- [8] Zemansky, Young, Sears. **Física 2**.
- [9] **Infometro Metrologia Online**. Site consultado em agosto de 2003. [www.infometro.com.br](http://www.infometro.com.br).
- [10] **Merck AS**. Site consultado em agosto de 2003. [www.merck.com.br](http://www.merck.com.br)

**Autor\***: Dr.Eng., Vicente Machado Neto, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná CEFET-PR (Departamento de Eletrônica, Curso de Engenharia Industrial Elétrica, ênfase Eletrônica / Telecomunicações), Av. Sete de Setembro, 3165, CEP 80230-901, Curitiba – Paraná – Brasil, Fone (41) 310-4621, Fax (41) 310-4876, e-mail: [vmachado@cefetpr.br](mailto:vmachado@cefetpr.br)