EXPERIÊNCIA 1 – LAB METROLOGIA ELÉTRICA

Prof: Vicente Machado Neto

EFEITO DE CARGA DE AMPERÍMETRO E VOLTÍMETRO

EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

Quando utilizamos um instrumento de medição para conhecer o valor de uma dada grandeza existente num sistema, pretendemos conhecê-la com o maior grau de exatidão possível, isto é, pretendemos que a medição se aproxime o mais possível do verdadeiro valor da grandeza que queremos medir.

A maior ou menor resistência interna de um aparelho de medição provoca a alteração involuntária do circuito onde este aparelho vai ser inserir. Isto tem como consequência uma alteração do valor da grandeza que pretendemos medir. Chama-se a este fenômeno o efeito de carga do aparelho.

EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

Para uma medição de tensão, o aparelho (a funcionar como voltímetro), ao estar ligado em paralelo com o componente, deverá ter, idealmente, uma resistência interna infinita, para que a corrente continue a fluir pelo componente, como se o voltímetro não existisse.

Quando pretendemos medir corrente, o fato de o amperímetro estar ligado em série com o circuito implica que este deva ter, idealmente, uma resistência interna nula, de modo que não ocorra nenhuma queda de potencial.

Obviamente que nenhum multímetro tem características ideais, dispondo de uma resistência interna não infinita (mas muito grande) como voltímetro e de uma resistência interna não nula (mas muito pequena) como amperímetro.

EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

Determinação da Resistência Interna

A determinação da resistência interna de um voltímetro ou de um amperímetro pode ser feita de duas maneiras:

- Recorrendo ao manual do aparelho
- Efetuando a medição com um ohmímetro (para o caso de tensão DC), ou de alguma outra forma.

EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

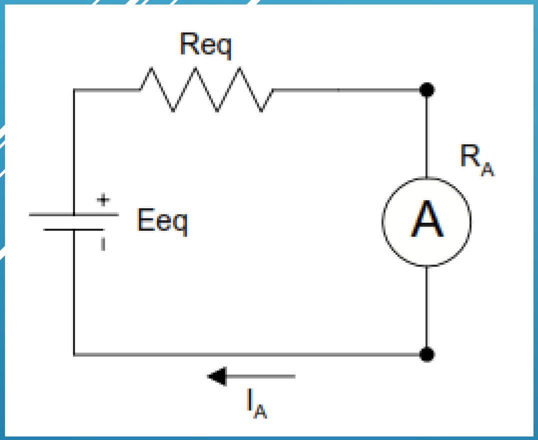
Efeito de carga de um amperímetro

Uma das maneiras de corrigir o efeito de carga provocado por um amperímetro, é determinar o circuito Equivalente de Thévenin, visto dos terminais do amperímetro:

Considerando I como a corrente que se mediria com um amperímetro ideal (com resistência nula), pode-se determinar o efeito de carga do amperímetro da seguinte forma:

$$I_A = \frac{E_{eq}}{R_{eq} + R_A} \wedge I = \frac{E_{eq}}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{I}{I_A} = \frac{\dfrac{E_{eq}}{R_{eq}}}{\dfrac{E_{eq}}{R_{eq} + R_A}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{I_A} = \frac{R_{eq} + R_A}{R_{eq}} \Leftrightarrow I = I_A \cdot \left(1 + \frac{R_A}{R_{eq}}\right)$$



O Teorema de Thévenin estabelece que qualquer circuito linear visto de um elemento (ponto) pode ser representado por uma fonte de tensão E_{eq} (igual à tensão do ponto a analisar em circuito aberto), em série com uma resistência R_{eq} (igual à resistência equivalente do circuito vista deste ponto, com todas as fontes de tensão substituídas por um curto-circuito).

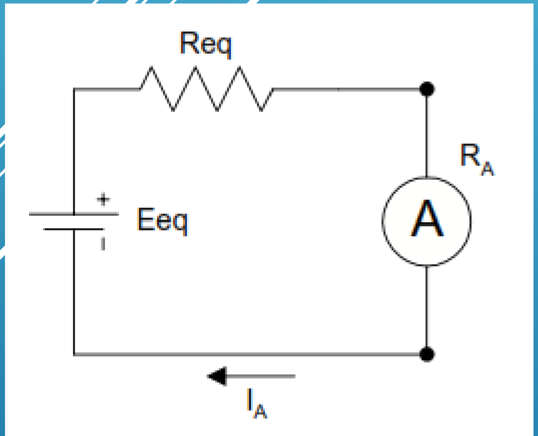
EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

Efeito de carga de um amperímetro

Quer isto dizer que podemos corrigir o resultado bruto da medição (I_A), de modo a obter a corrente em condições ideais (I). Mas, para isto, necessitamos conhecer a resistência do amperímetro (R_A) e a resistência equivalente do circuito vista dos terminais do amperímetro(Req).

$$I_A = \frac{E_{eq}}{R_{eq}+R_A} \wedge I = \frac{E_{eq}}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{I}{I_A} = \frac{\frac{E_{eq}}{R_{eq}}}{\frac{E_{eq}}{R_{eq}+R_A}} \Leftrightarrow$$

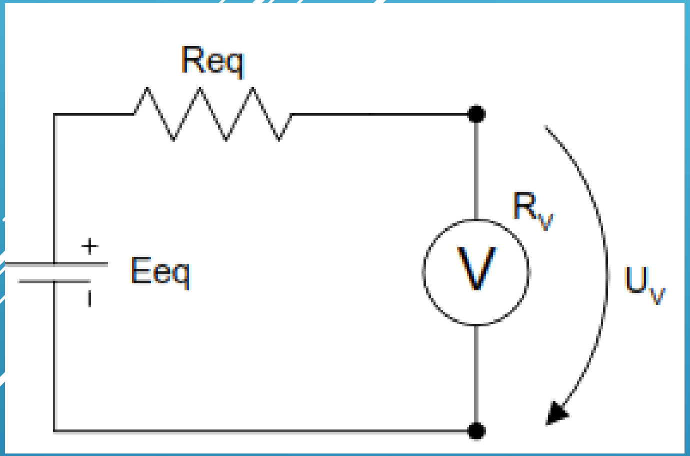
$$\Leftrightarrow \frac{I}{I_A} = \frac{R_{eq}+R_A}{R_{eq}} \Leftrightarrow I = I_A.\left(1+\frac{R_A}{R_{eq}}\right)$$



EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

Efeito de carga de um Voltímetro

De forma análoga, para conhecer e corrigir o efeito de carga de um voltímetro, consideramos o circuito equivalente , visto dos terminais do voltímetro:



O Teorema de Thévenin estabelece que qualquer circuito linear visto de um elemento (ponto) pode ser representado por uma fonte de tensão E_{eq} (igual à tensão do ponto a analisar em circuito aberto) em série com uma resistência R_{eq} (igual à resistência equivalente do circuito vista deste ponto, com todas as fontes de tensão substituídas por um curto-circuito).

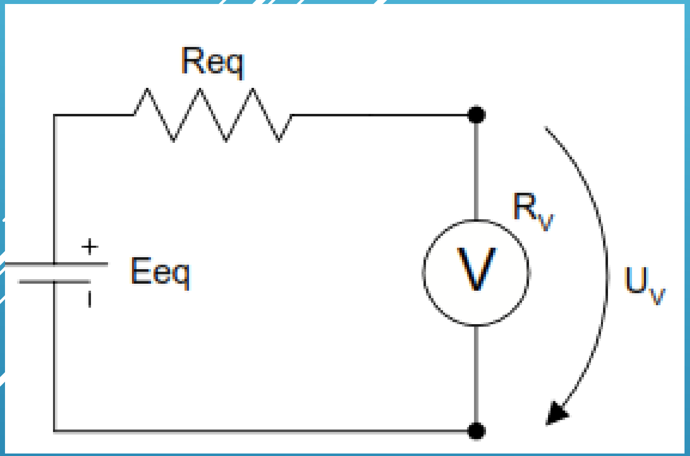
EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

Efeito de carga de um Voltímetro

Considerando U como a tensão medida por um voltímetro ideal (com resistência interna infinita), o efeito de carga do voltímetro reflete-se então da seguinte forma:

$$U_V = E_{eq} . \frac{R_V}{R_{eq} + R_V} \wedge U = E_{eq} \Rightarrow U_V = U . \frac{R_V}{R_{eq} + R_V} \Leftrightarrow$$

$$U = U_V . \left(1 + \frac{R_{eq}}{R_V}\right)$$



EFEITO DE CARGA INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

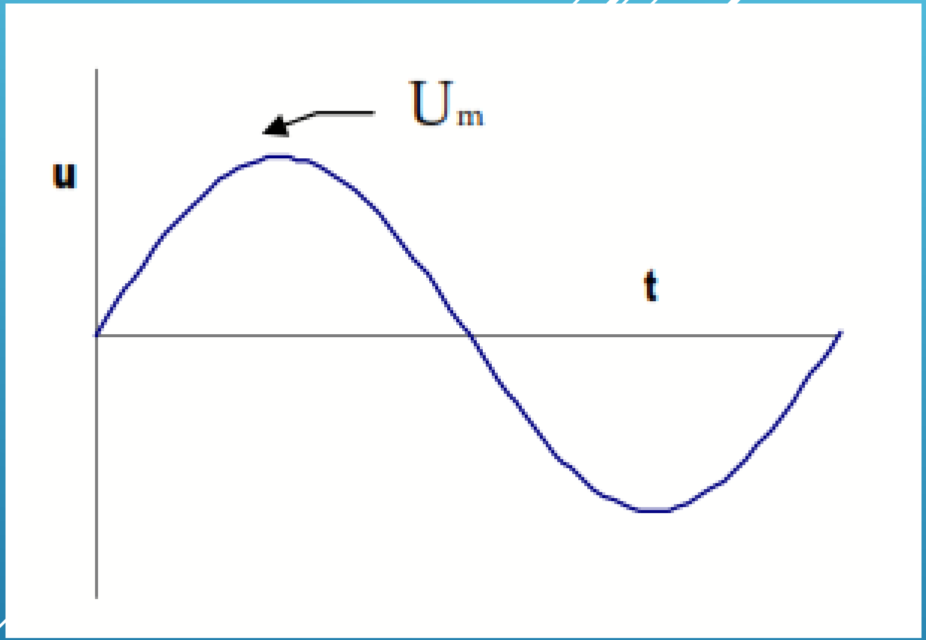
Efeito de carga em CA

A determinação do efeito de carga em corrente alternada pode ser feita do mesmo modo, apenas se deve considerar que agora estamos lidando com impedâncias, com parte resistiva, capacitiva e indutiva e não com resistências puras. Não se pode portanto utilizar o ohmímetro para medir a resistência interna dos instrumentos, pois estes podem conter uma componente indutiva ou capacitiva.

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Os seguintes casos aplicam-se em ondas senoidais perfeitamente centradas em zero, caso haja uma componente DC juntamente com a componente AC, todos os valores serão distorcidos.

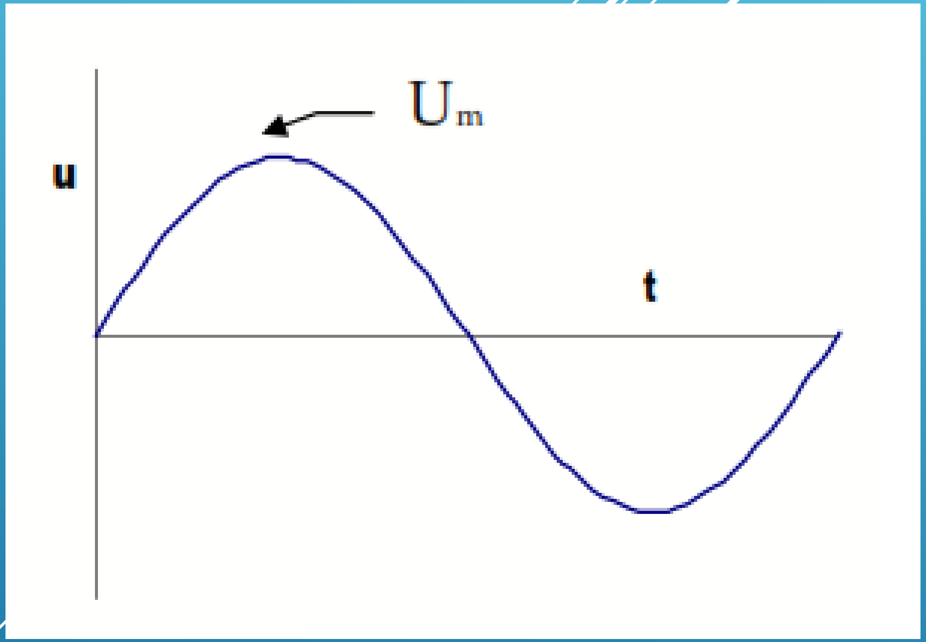


MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Amplitude Máxima – Um

Também designada por valor máximo ou valor de pico, a amplitude máxima é o valor instantâneo mais elevado atingido pela grandeza (tensão, corrente, f.e.m., etc).

Pode-se considerar amplitudes máximas positivas e negativas.



MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Instantâneo – u(t)

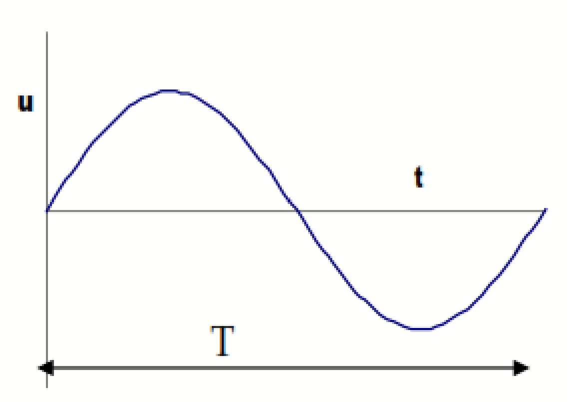
O valor instantâneo de uma grandeza alternada senoidal - u – pode-se representar matematicamente em função do tempo - t:

$$\boldsymbol{u(t) = Um.\sin(\omega t)}$$

Em que ω representa a velocidade angular (velocidade de rotação do alternador que gera a energia elétrica) representada em radianos por segundo – rad/s. A relação entre a velocidade angular, a frequência e o período é a seguinte:

$$\boldsymbol{\omega = 2.\pi.f = 2\pi/T}$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Período - T e Frequência - f

Dado que a CA se repete periodicamente (ciclicamente), uma das característica fundamentais é o valor do intervalo de tempo entre repetições (ou ciclos), ou seja, o período - T, cuja unidade é o segundo - s.

É comum utilizar-se uma outra característica da CA, diretamente relacionada com o período – a frequência - f. Esta grandeza representa o número de ciclos que ocorre num segundo e a sua unidade é o Hertz - Hz.

A relação entre a frequência e o período é então:

$$f = \frac{1}{T}$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Médio – Umed

O valor médio de uma grandeza periódica define-se como:

$$U_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt$$

No caso de u(t) ser uma grandeza alternada senoidal, o valor médio é obviamente nulo (área negativa do sinal é igual à área positiva do sinal).

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Eficaz – U

O valor eficaz de uma grandeza alternada é o valor da grandeza contínua que, para uma dada resistência, produz, num dado tempo, o mesmo Efeito de Joule (calorífico) que a grandeza alternada considerada.

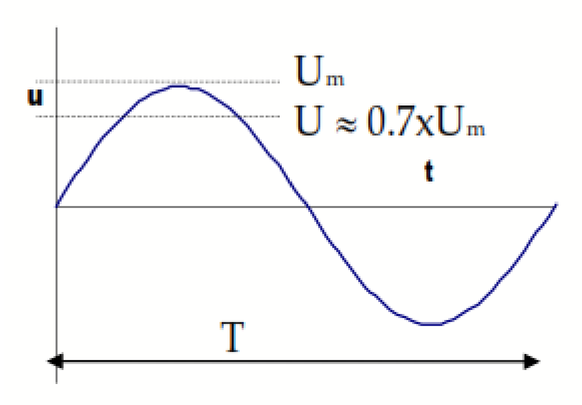
O valor eficaz é também conhecido como valor médio quadrático (RMS - Root Mean Square) e pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$$



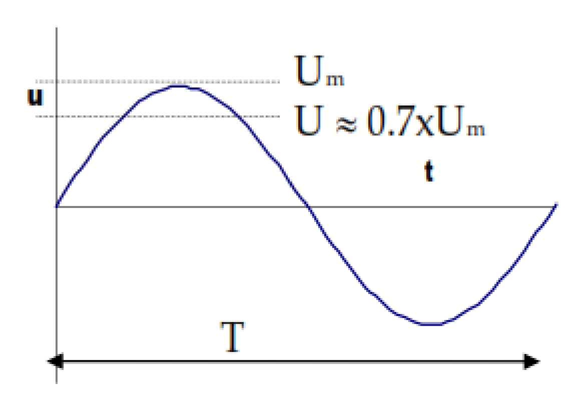
Isto tem razão de ser pois a potência é proporcional ao quadrado da tensão, a menos de uma constante ($P = U^2/R$), tanto em corrente contínua como em corrente alternada. Logo, faz sentido elevar u(t) ao quadrado e calcular a média durante um período do sinal.

No caso de grandezas alternadas senoidais, o valor eficaz é $\sqrt{2}$ vezes menor que o valor máximo, independentemente da frequência.

$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \therefore 0{,}7 . I_m$ e $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \therefore 0{,}7 . U_m$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Eficaz – U $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$



Note-se que:

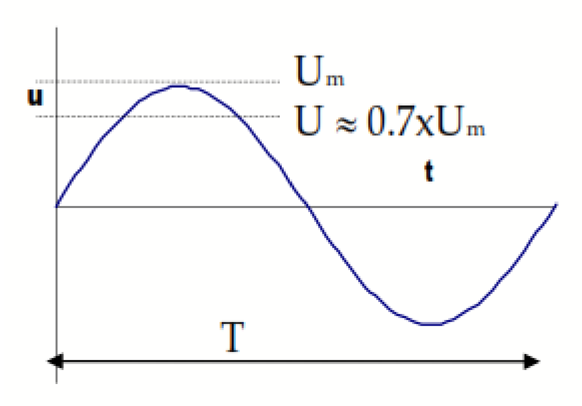
- Quando dizemos que a tensão da rede é de 127V, estamos indicando o valor eficaz. O valor máximo da tensão será: $U_m \approx \frac{127}{0,7} \approx 181V$

Em determinadas situações, o que interessa considerar é o valor máximo da grandeza e não o valor eficaz. No dimensionamento de isolamento elétrico, por exemplo, deve-se considerar o valor máximo de tensão. O valor máximo admissível por um multímetro, por exemplo, poderá ser de 1100 V para CC e de 780 V para CA (porque um valor eficaz de 780 V corresponde a um valor de pico de 1100 V, aproximadamente).

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

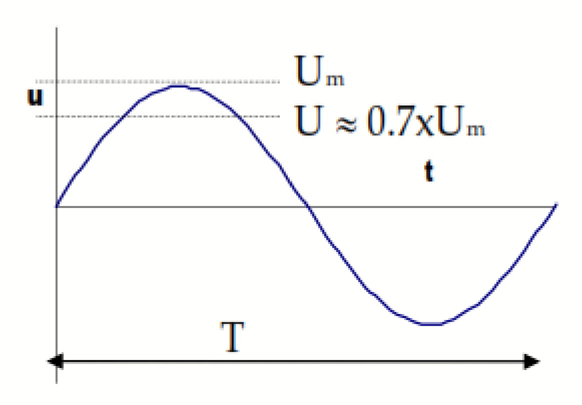
Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$$



Em um multímetro comum o valor indicado só estará correto se o sinal for (puramente) senoidal ou em Multímetros de Verdadeiro Valor Eficaz (TRMS), se o sinal não for senoidal, o valor indicado representará apenas um valor proporcional ao valor médio desse sinal.

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

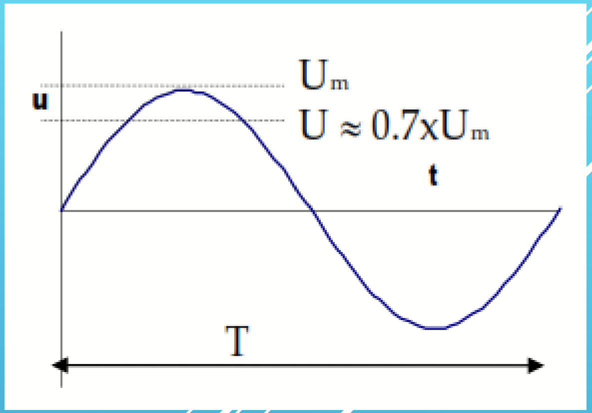


Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$$

Os multímetros ditos "convencionais" baseiam-se na média dos valores de um sinal para calcular o valor eficaz desse sinal, sendo por isso concebidos para (e só para) sinais senoidais. Surgiu então um novo tipo de multímetro, denominado de multímetro de verdadeiro valor eficaz, ou em Inglês TRMS - True Root Mean Square. Estes, não se baseiam na média para determinar o valor eficaz dos sinais, podem portanto ser utilizados para medir o valor eficaz de qualquer tipo de corrente ou tensão. Se tentarmos medir a corrente consumida por uma carga não linear sem um instrumento deste tipo, iremos quase que garantidamente obter um valor eficaz errado.

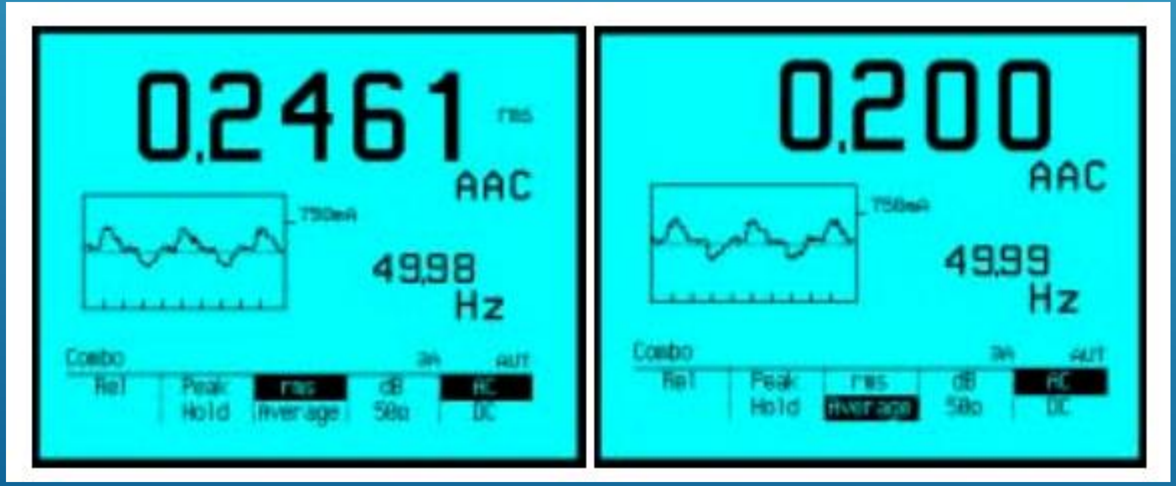
MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U

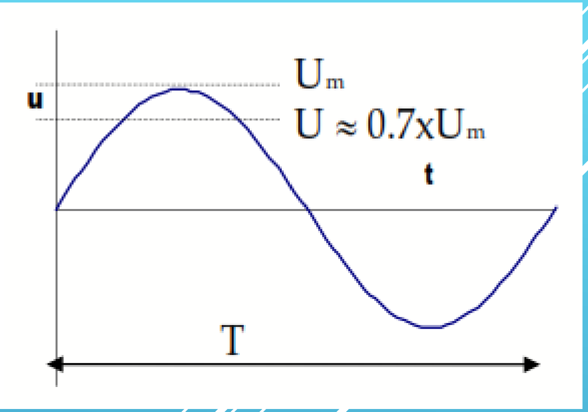
$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$$

Na figura seguinte, o mesmo multímetro (Multímetro gráfico Fluke 867) apresenta dois valores de corrente eficaz: o primeiro "verdadeiro" e o segundo "errado" (baseado na média):



Como se pode ver, a forma do sinal de corrente não é senoidal, portanto o seu valor eficaz calculado a partir da média vai diferir (18.7% menor) do verdadeiro valor eficaz.

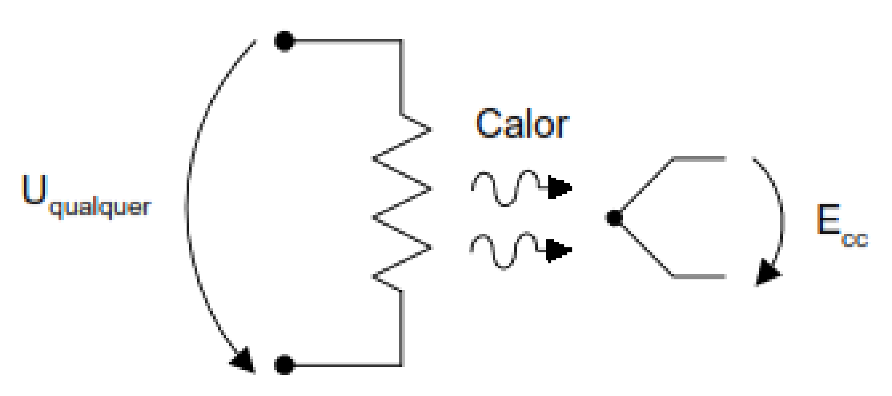
MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



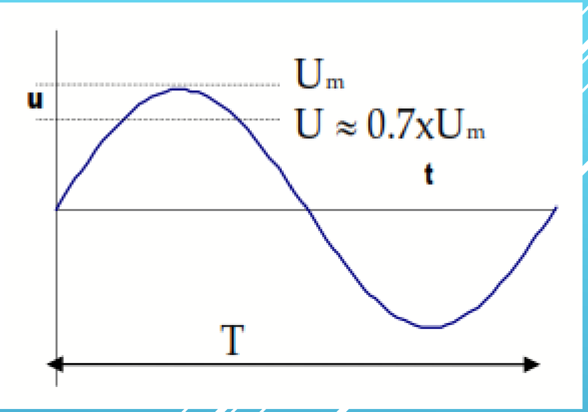
Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$$

A maior parte dos multímetros TRMS baseiam-se no efeito térmico para determinar o valor eficaz da grandeza (tensão ou corrente). Utilizam normalmente uma resistência que aquece proporcionalmente à tensão (ou corrente) aplicada e, por intermédio de um transdutor de temperatura (termopar, normalmente), conseguem determinar o valor eficaz da tensão ou corrente. No fundo, seguem a própria definição de valor eficaz de uma grandeza (efeito térmico):



MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

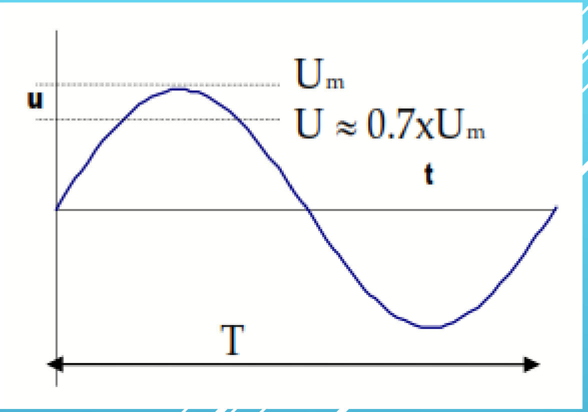


Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$$

Em alguns multímetros e todos os osciloscópios de tecnologia digital (fazem amostragem do sinal analógico, codificando-os em linguagem binária), no entanto, o valor eficaz é determinado pelo cálculo matemático da média quadrática (e não pelo efeito térmico).

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$

Dado que um valor eficaz (de tensão ou corrente) indica a potência do sinal, este pode ser calculado segundo uma média quadrática:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$$

Se a grandeza for alternada senoidal,

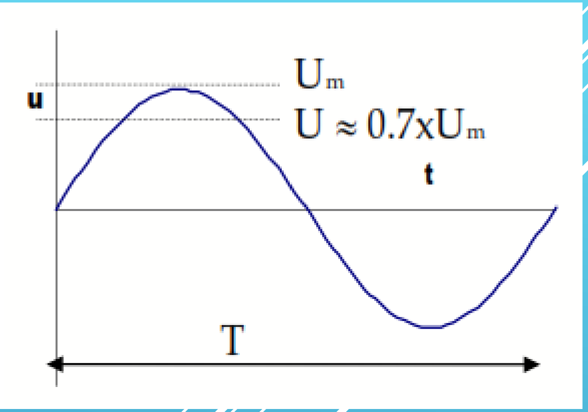
$$U^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (U_m \sin(\overline{\omega}t)^2 dt$$

Considerando que, $sin^2(\overline{\omega}t) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\overline{\omega}t)$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$$



Assim:

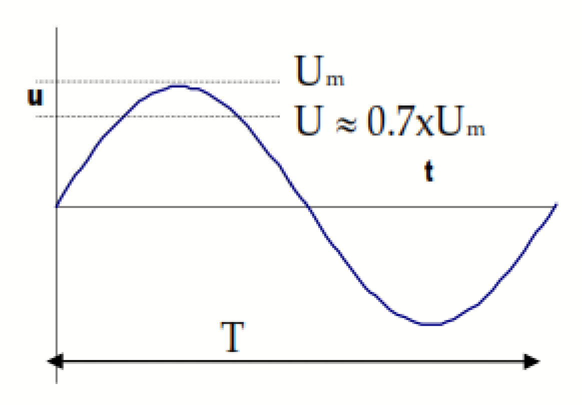
$$U^2 = \frac{U_m^2}{T}.\int_0^T \frac{1}{2}(1-\cos(2\overline{\omega}t))dt \leftrightarrow U^2 = \frac{1}{2}.\frac{U_m^2}{T}.\left(\int_0^T 1.dt - \int_0^T \cos(2\overline{\omega}t)\,dt\right) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow U^2 = \frac{1}{2}.\frac{U_m^2}{T}.\left([t]_0^T - \left[\frac{1}{2\overline{\omega}}.\sin(2\overline{\omega}t\right]_0^T\right) \leftrightarrow U^2 = \frac{1}{2}.\frac{U_m^2}{T}.T \leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{2} \leftrightarrow U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

O valor médio de u(t) é nulo, mas é frequente considerar a média de meio período, U_{med} (até porque os instrumentos "convencionais" retificam a onda alternada, ficando apenas a componente positiva).

$$U_{med} = \frac{1}{T/2}.\int_0^{T/2} U_m.\sin(\overline{\omega}t)\,dt \leftrightarrow U_{med} = U_m.\frac{2}{T}.\left[\frac{-\cos(\overline{\omega}t}{\overline{\omega}}\right]_0^{T/2}$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2\, dt}$$

Assim:

$$U_{med} = \frac{1}{T/_2} \cdot \int_0^{T/2} U_m . \sin(\bar{\omega}t)\, dt \leftrightarrow U_{med} = U_m . \frac{2}{T} . \left[\frac{-\cos(\bar{\omega}t)}{\bar{\omega}}\right]_0^{T/_2}$$

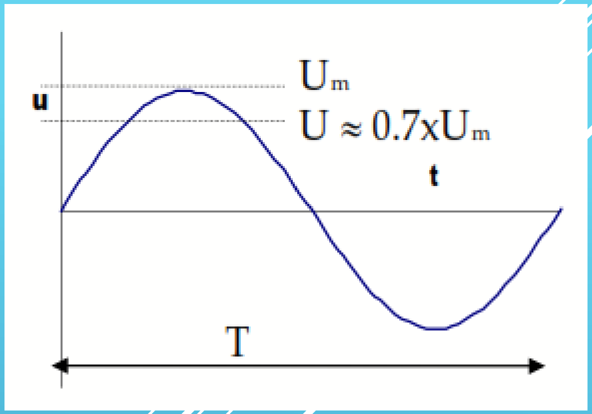
$$\leftrightarrow U_{med} = U_m . \frac{2}{T} . \left(\frac{-\cos(\bar{\omega}\,T/2}{\bar{\omega}} - \frac{-\cos(0)}{\bar{\omega}}\right) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow U_{med} = U_m . \frac{2}{T} . \left(\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{\bar{\omega}}\right) \leftrightarrow U_{med} = U_m . \frac{2}{T} . \frac{2}{\bar{\omega}}$$

Como $\omega = 2\pi/T\ \ tem - se$:

$$U_{med} = U_m . \frac{2}{T} . \frac{2}{2\pi/_T} \leftrightarrow U_{med} = \frac{2}{\pi} . U_m$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$$

Para um sinal senoidal, a relação entre o valor eficaz e o valor médio é calculada da seguinte forma:

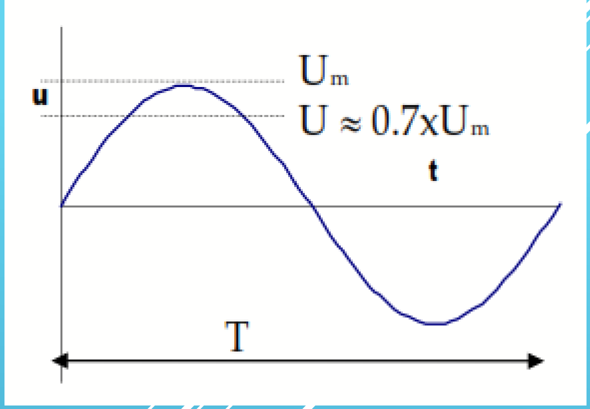
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \wedge U_{med} = \frac{2}{\pi}.U_m \Rightarrow U_{med} = \frac{2}{\pi}.\sqrt{2}.U \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{med} \Rightarrow U \approx 1{,}11 \times U_{med}$$

Os multímetros "convencionais" baseiam-se na média para determinar o valor eficaz. Depois de retificar o sinal de entrada, determinam a média correspondente (Umed) e multiplicam esse valor por $\pi/(2\sqrt{2}) \approx 1{,}11$ para obter e indicar o valor eficaz (U).

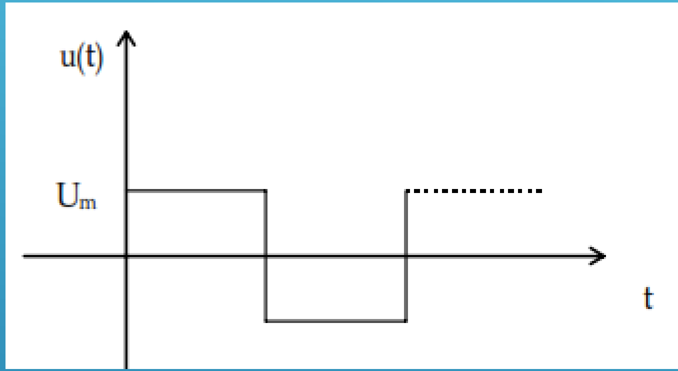
Obviamente que a medição de valores eficazes com este tipo de instrumentos de medição ("convencionais") apenas é correta se a grandeza for (puramente) senoidal.

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U $\quad U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2 dt}$

Onda Quadrada



O valor eficaz pode-se calcular pela definição matemática:

$$U^2 = \frac{1}{T}\int_0^T U_m^{\ 2} dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^{\ 2}}{T}\int_0^T dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^{\ 2}}{T}.T \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U^2 = U_m^{\ 2} \Rightarrow U = U_m$$

Como $U_{med} = U_m$ considerando o sinal retificado, $U = U_{med}$

Um voltímetro baseado na média indica

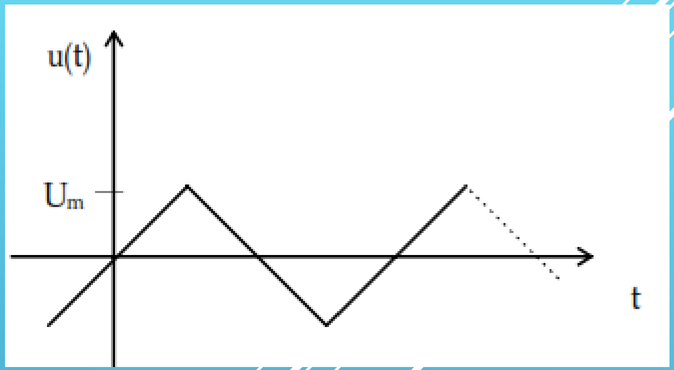
$$U_{volt} = 1{,}11\,.\,U_{med} = 111\%\ U_{med}$$

Mede portanto um valor 11% superior ao real valor eficaz.

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$$



Onda Triangular

Para determinar o valor eficaz, vamos considerar apenas ¼ de período, para simplificar o cálculo (função a integrar é a equação da primeira reta).

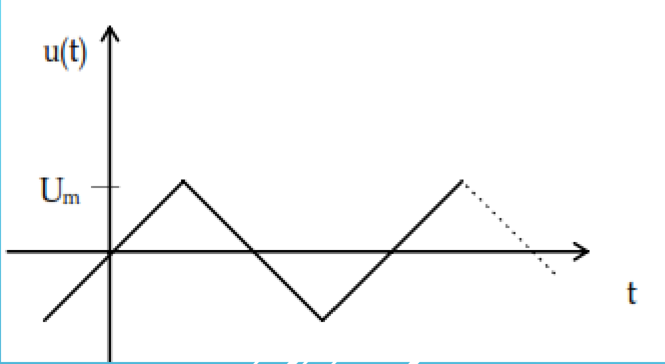
$$U^2 = \frac{1}{T/4}\int_0^{T/4}\left(\frac{1}{T/4}U_m.t\right)^2 dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{4}{T}\int_0^{T/4}\frac{16}{T^2}U_m^2.t^2.dt \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U^2 = \frac{64}{T^3}.U_m^2.\int_0^{T/4}t^2.dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{64}{T^3}.U_m^2.\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{T/4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U^2 = \frac{64}{T^3}.U_m^2.\frac{T^3/64}{3} \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{3}$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{U_m}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow U \approx 0{,}58 \times U_m \Leftrightarrow U \approx 58\% \times U_m$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2\,dt}$$

Onda Triangular

Mas um voltímetro que se baseie na média e tendo em conta que a média do sinal triangular (retificado) é:

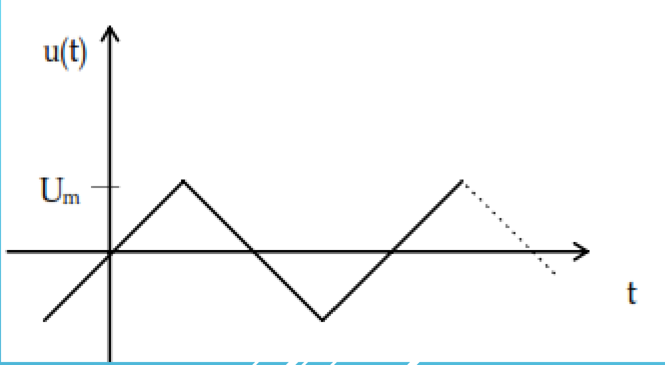
$$U_{med} = \frac{U_m}{2}$$

Tendo em conta o fator $\pi/(2\sqrt{2})$ o multímetro convencional vai medir:

$$U_{volt} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{med} \Leftrightarrow U_{volt} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{U_m}{2} \Leftrightarrow U_{volt} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} . U_m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{volt} \approx 0{,}56 \times U_m \Leftrightarrow U_{volt} \approx 56\% \times U_m$$

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS



Valor Eficaz – U $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u(t)\right)^2 dt}$

Onda Triangular

É fácil então determinar a relação entre o valor medido pelo voltímetro e o real valor eficaz:

$$\frac{U_{volt}}{U} = \frac{\frac{\pi}{4\sqrt{2}}.U_m}{\frac{1}{\sqrt{3}}.U_m} \leftrightarrow \frac{U_{volt}}{U} = \frac{\pi.\sqrt{3}}{4.\sqrt{2}} \leftrightarrow \frac{U_{volt}}{U} \approx 0{,}96 \leftrightarrow U_{volt} \approx 96\%.U$$

Isto quer dizer que o voltímetro "convencional" mede portanto um valor 4% inferior ao valor eficaz real.

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Resposta em Frequência

Os instrumentos são limitados com respeito à frequência do sinal que podem medir com exatidão.

Isto se deve ao fato dos instrumentos serem cargas reativas e como tal, irão apresentar respostas diferentes às diferentes frequências.