



## DO CLÁSSICO AO QUÂNTICO - OS PADRÕES DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA DO INMETRO

Janice de Brito Fernandes <sup>1</sup>, Zulmara Virgínia de Carvalho <sup>2</sup>, Hélio Schechter <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Inmetro, Rio de Janeiro, Brasil, jbferrandes@inmetro.gov.br

<sup>2</sup> Inmetro, Rio de Janeiro, Brasil, zvcavalho@inmetro.gov.br

<sup>3</sup> Inmetro, Rio de Janeiro, Brasil, hschechter@inmetro.gov.br

**Resumo:** O Laboratório de Resistência Elétrica do Inmetro, cuja missão é padronizar e conservar a unidade de resistência elétrica no Brasil, bem como disseminá-la, assegurando rastreabilidade e confiança metrológica, está implantando o sistema de resistência Hall quantizada. A inovação no procedimento deve melhorar em até duas ordens de magnitude a exatidão das medidas realizadas. Some-se a isso a expectativa de desdobramento do novo processo em pesquisa e desenvolvimento, como – por exemplo – a padronização da grandeza de resistência acuantizada e a rastreabilidade à grandeza de capacitância. Este artigo contextualiza a transição da padronização clássica para a quântica no Laboratório, explorando as perspectivas a partir da nova instrumentação.

**Palavras chave:** inovação, reprodução da unidade ohm, constantes fundamentais, resistência Hall quantizada, pesquisa e desenvolvimento.

### 1. INTRODUÇÃO

O ohm é uma unidade derivada do SI a partir da unidade de base Ampère. A realização da unidade, segundo sua definição,

$$\Omega = m^{-2} \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^2, \quad (1)$$

resulta em medições com reprodutibilidade na ordem de  $10^{-7}$ . A realização mais exata é obtida a partir de um capacitor calculável de Thompson-Lampard [1].

Por outro lado, em 1980 o físico alemão Klaus von Klitzing e colaboradores descobriram o efeito Hall quântico (QHE, do inglês: Quantum Hall Effect) – o que mudaria o cenário da metrologia elétrica! A partir do efeito, a unidade ohm não precisa mais ser realizada a partir de artefato, podendo ser reproduzida em termos de constantes fundamentais da física [1-4].

O efeito é observado em um gás de elétrons bidimensional (2 DEG, do inglês: two-dimensional electron

gas) que assume, na presença de campos magnéticos altos e em baixas temperaturas, valores quantizados de resistência

$$R_H = \frac{h}{ie^2}, \quad (2)$$

onde  $h$  é a constante de Planck,  $e$  é a carga elementar e  $i(=1, 2, 3, \dots)$  é o nível de Landau ocupado no 2 DEG [3].

Atualmente, os mais renomados institutos de metrologia do mundo utilizam um sistema de medição baseado no QHE, reproduzindo a unidade ohm com um nível de exatidão na ordem de  $10^{-9}$ .

Embora não realize a unidade, o Laboratório de Resistência Elétrica do Inmetro (Lares) possui seus padrões bem estabelecidos e promove a conservação do padrão nacional de resistência por meio de resistores padrão de valores nominais 1  $\Omega$  (Tipo Thomas) e 10 k $\Omega$  (ESI-SR-104). A implantação do sistema de resistência Hall quantizada, além de estabelecer uma referência padrão independente no Lares, nos colocando no mesmo patamar dos grandes institutos no âmbito da medição de resistência elétrica, viabilizará a pesquisa e desenvolvimento (P&D) em outras vertentes da metrologia elétrica.

### 2. PADRONIZAÇÃO CLÁSSICA

O Lares é rastreado ao Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) a partir dos resistores padrão, de valores nominais 1  $\Omega$  e 10 k $\Omega$ , Tipo Thomas e ESI-SR-104, respectivamente. Baseado nestes padrões, o Inmetro estabelece uma cadeia de rastreabilidade que assegura aos laboratórios secundários a ele referenciados a consistência às referências internacionais. No entanto, os resistores padrão utilizados estão sujeitos a variações temporais em função de propriedades intrínsecas dos materiais, bem como sofrer com as condições ambientais (pressão e temperatura).

#### 2.1. Manutenção da unidade ohm no Lares

A realização da escala do ohm se dá por meio de pontes comparadoras de fabricação da Measurements International Limited (MIL) e da Guildline Instruments, a partir dos resistores de 1  $\Omega$  e 10 k $\Omega$  que foram calibrados no BIPM.

A figura 1 mostra parte do aparato utilizado para medir as relações entre as razões de resistência do padrão e do resistor a ser calibrado: a ponte comparadora 6010 e um banho de óleo para estabilizar a temperatura dos resistores em um dado valor estabelecido.



Fig. 1. Sistemas de medição de resistores padrão – faixa de medição: de 100  $\mu\Omega$  a 1 G $\Omega$ .

## 2.2. Disseminação da unidade

A partir dos resistores padrão de trabalho calibrados, o laboratório realiza a calibração dos demais padrões de trabalho, os quais serão as referências para contemplar todo o escopo do Lares, a fim de oferecer rastreabilidade aos laboratórios acreditados, universidades e institutos de outros países como INIMET/Cuba, LCPN-ME/Chile e UTE/Uruguai).

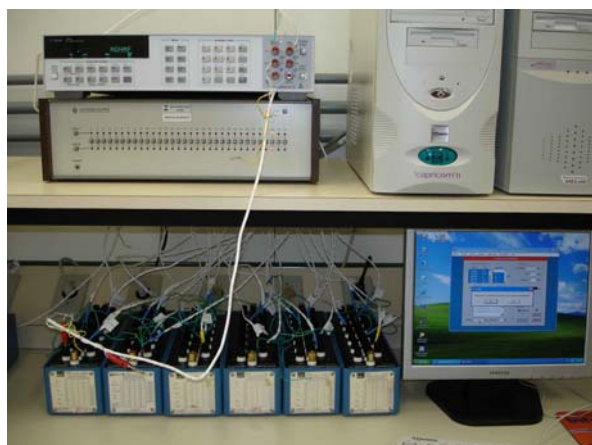


Fig. 2 - Sistema automatizado para calibração de medidores de resistência e calibradores – faixa de medição: de 100  $\mu\Omega$  a 1 G $\Omega$ .

As figuras 2 e 3 mostram os sistemas de medição para outros serviços: medidores de resistência e calibradores são calibrados por meio de um conjunto formado por *transfers* e um *scanner*; e resistores de altos valores de corrente calibrados por meio do método potenciométrico.



Fig. 3 - Sistema para calibração de resistores / *shunts* com altos valores de corrente – faixa de medição: de 100  $\mu\Omega$  a 1 m $\Omega$  até 100 A.

Por meio da ponte de Wheatstone modificada, são calibrados os medidores de resistência de altos valores, que necessitam ser blindados contra interferências eletromagnéticas. A gaiola de Faraday – exibida na figura 4 – é adequada para essa finalidade. Atualmente, o sistema é operacionalizado até a faixa de 100 G $\Omega$ , contudo o Lares desenvolve um processo que permitirá alcançar até a faixa de 100 T $\Omega$ .



Fig. 4 - Gaiola de Faraday – calibração de medidor de resistência de altos valores - faixa de medição: de 1 M $\Omega$  a 100 G $\Omega$ .

## 3. PADRONIZAÇÃO QUÂNTICA

Embora tenham sido construídos diversos resistores a partir de diferentes materiais nenhum oferece a mesma estabilidade que a resistência Hall [6-8].

Durante sua 18<sup>o</sup> edição (1987), a Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) recomendou que, a partir de janeiro de 1990, todos os laboratórios, cuja base de medida de resistência fosse o QHE, utilizassem o valor convencional

$$R_{K-90} = 25\,812.807\,\Omega, \quad (3)$$

para a constante de von Klitzing,  $R_K^1$ . Além disso, que os laboratórios ajustassem o valor de suas referências padrão para concordar com  $R_{K-90}$  e que os laboratórios que possuem o padrão baseado no QHE devem seguir a mais recente edição do guia técnico para medidas confiáveis de

<sup>1</sup> A teoria do QHE prevê uma universalidade, que é experimentalmente observada e consistente com a previsão. Segundo última consulta do CODATA,  $R_K = 25\,812.807\,557(18)$ .

resistência Hall quantizada redigido pelo Comitê Consultatif d'Électricité e publicado pelo BIPM [10-11].

Para se perceber a importância do uso das constantes fundamentais, a recomendação do Comitê Internacional de Pesos e Medidas (CIPM) é que as unidades básicas do SI sejam definidas em termos de tais constantes, promovendo um caráter universal as medidas realizadas.

### 3.1. Max Planck: constantes fundamentais e o postulado da mecânica quântica

Em 1899, Max Planck introduziu as unidades naturais (tabela 1), derivadas de constantes fundamentais: gravitacional,  $f$ , velocidade da luz,  $c$ ; de Boltzmann,  $k$ ; da carga elementar<sup>2</sup>,  $e$  e daquela que receberia o seu nome,  $h$ . O físico alemão defendia que:

*“com a ajuda das constantes fundamentais, era possível estabelecer unidades de comprimento, tempo, massa e temperatura que preservariam o mesmo significado para todas as culturas, mesmo extraterrestres e não-humanas”.*

Max Planck, *Ann. Physik* **1**, 69-122 (1900)

Unidade de	Valor
Comprimento	$\sqrt{\frac{h \cdot f}{c^3}} = 4,13 \times 10^{-33} \text{ cm}$
Massa	$\sqrt{\frac{h \cdot c}{f}} = 5,56 \times 10^{-5} \text{ g}$
Tempo	$\sqrt{\frac{h \cdot f}{c^5}} = 1,38 \times 10^{-43} \text{ s}$
Temperatura	$\sqrt{\frac{h \cdot c^5}{k^2 \cdot f}} = 3,50 \times 10^{32} \text{ K}$
Resistência	$\sqrt{\frac{h^2}{e^4}} = 2,58 \times 10^4 \Omega$

Tabela 1. Unidades naturais introduzidas por Planck em 1899.

Ainda nos primeiros momentos do século XX, a constante de Planck voltou a ser usada no modelamento teórico para o espectro da radiação de corpo negro. Embora, na época, o princípio que dominava todos os campos da ciência era que “natura non facit saltus” (a natureza não dá saltos), Planck defendeu que as trocas de energia não aconteciam de forma contínua, mas em pacotes – os *quanta*.

O postulado mudaria profundamente o olhar da ciência sobre a natureza e, consequentemente, da metrologia que é alicerçada no conhecimento científico.

### 3.2. O Efeito Hall Quântico

*“A aplicação mais importante do QHE é a metrologia.”*  
Klaus von Klitzing, workshop on QHE. Brasília, março 2007

Em 1879, ao aplicar um campo magnético perpendicular ao fluxo de uma corrente em uma fita condutora, o físico

americano Edwin H. Hall verificou a existência de uma voltagem entre os dois lados da fita, gerada pela separação de carga promovida pelo campo. A resistência Hall ( $R_H$ , como ficou conhecida), definida pela relação entre essa voltagem e a corrente, é diretamente proporcional tanto ao fluxo de corrente, quanto ao campo magnético aplicado, enquanto a resistência elétrica longitudinal era invariante ao campo.

Um século depois, ao estudarem o efeito Hall em elétrons livres confinados em uma fina camada, von Klitzing, G. Dorda e M. Pepper descobriram o QHE [2]. Eles demonstraram que  $R_H$ , medida em um transistor de efeito de campo em óxido metálico semiconductor (MOSFET, do inglês: Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) de silício em baixas temperaturas e em altos campos magnéticos possuía um comportamento diferente do descrito por Hall: a resistência apresenta platôs que se mantêm constantes, independente do campo magnético. A partir da descoberta original, o efeito foi observado em vários dispositivos à base de heteroestruturas fabricadas a partir de 3-5 componentes semicondutores [9].

Contudo, o QHE é mais facilmente observado em dispositivos a base de heteroestruturas arseneto de gálio / arseneto de gálio alumínio (figura 5). Nesses, os elétrons possuem uma mobilidade muito alta na região quasi-bidimensional do GaAs formada na interface GaAs/GaAlAs (figura 6).

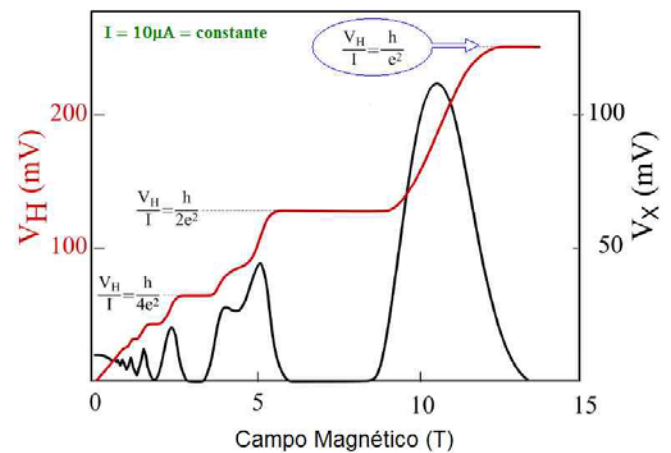


Fig. 5. Assinatura da resistência Hall e longitudinal de uma heteroestrutura GaAs/GaAlAs, em função do campo magnético de até 14 T, sob uma corrente constante de 10  $\mu\text{A}$ . K. von Klitzing, *comunicação particular*.

Quando os terminais da amostra são anexados, a corrente  $I_{SD}$  pode fluir entre os eletrodos da fonte (S) e do dreno (D) por meio da camada bidimensional (figura 7). Diferentes potenciais podem ser medidos entre os pares de contatos (numerados de 1 a 6). A voltagem Hall,  $V_H$ , é medida entre os pares opostos, como 2 e 5, enquanto a voltagem longitudinal é medida entre pares do mesmo lado, como 4 e 6. Dada pela relação de  $V_H$  e  $I_{SD}$ ,  $R_H$  é quantizada e os valores da resistência Hall nos platôs são independentes do campo magnético e da geometria do dispositivo.

<sup>2</sup> Vale lembrar que o valor da constante fundamental  $e$  foi obtida mais de uma década depois, por Robert A. Millikan.



## Heteroestrutura de GaAs/GaAlAs

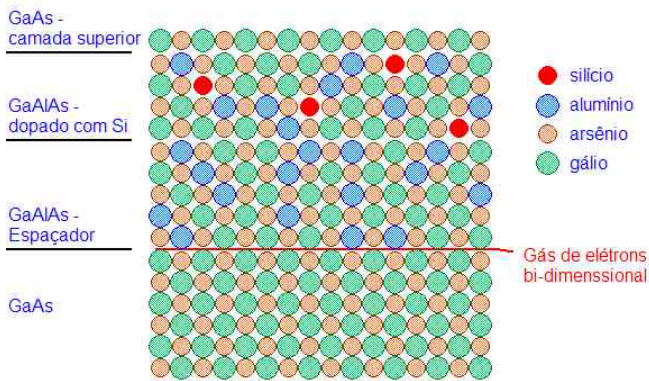


Fig. 6. Esquemática das camadas de uma heteroestrutura GaAs/GaAlAs – o 2 DEG é formado na interface entre o espaçador GaAlAs e a camada GaAs

Os valores da resistência quantizada (figura 5) são múltiplos inteiros e podem ser descritos pela equação

$$R_H = \frac{R_{K-90}}{i}, \quad (4)$$

onde  $i$  é um inteiro e  $R_{K-90}$  é a constante de von Klitzing.

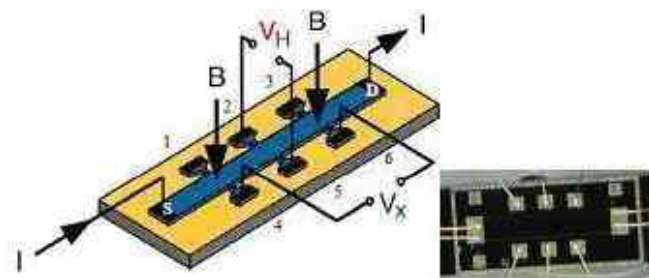


Fig. 7. A esquerda, esquematização da direção do fluxo de corrente e do campo magnético aplicados na amostra, bem como dos contatos de medidas. A direita, um dispositivo Hall. Imagem da amostra: NC SLI 2004, Salt Lake City, UT.

### 3.3. O sistema de medição baseado no QHE adquirido pelo Inmetro

O sistema de medição baseado no QHE adquirido pelo Inmetro é formado por duas partes: o padrão de resistência baseado no QHE e a ponte comparadora. O conjunto é construído pela Cryogenics em parceria com o National Physical Laboratory (NPL: órgão oficial de metrologia da Inglaterra).

O sistema de referência contém a amostra onde o QHE é produzido. Para tal, o dispositivo semiconductor é mantido em 300 mK, por meio de um refrigerador  $\text{He}^3$ , e submetido a um campo magnético de até 14 T, gerado por um magneto supercondutor (figura 8) - essas condições são necessárias para a observação dos platôs Hall exibidos na figura 5. A amostra é montada em uma ponta de prova, cuja construção permite medidas tanto dc quanto ac.

Na segunda parte está o comparador de corrente criogênico (CCC), que – atualmente – é o melhor

instrumento para explorar a exatidão do QHE. Além disso, com ele, calibrações a quatro terminais também são possíveis.

O CCC, que faz parte do circuito que fornece corrente para dois resistores que são comparados (figura 9), permite que duas correntes independentes e isoladas, de diferentes valores, possam ser comparadas e controladas com uma exatidão melhor do que  $10^{-9}$ .

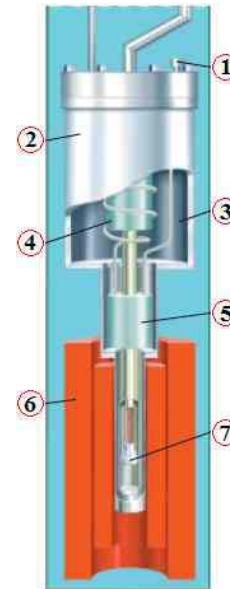


Fig. 8. Refrigerador  $\text{He}^3$  e magneto supercondutor: (1) entrada de Hélio para "1K pot"; (2) revestimento interno do vácuo; (3) espaço interno do vácuo; (4) bomba de retenção; (5) "1K pot"; (6) magneto de 14 tesla e (7) dispositivo QHE a 300 mK. Imagem: [www.cryogenic.co.uk](http://www.cryogenic.co.uk)

O dispositivo, incluindo o detector de zero do SQUID, é montado dentro de uma única ponta de prova, que é instalada dentro de um criostato mantido a 4,2 K.

O circuito da ponte dc consiste de duas fontes de corrente completamente isoladas, que fornecem corrente a dois resistores, um sob teste. As correntes são ajustadas em primeira ordem pelo computador em uma relação apropriada para os elementos resistivos da ponte. Um controle preciso com os limites do CCC de  $10^{-9}$  ou melhor é fornecido pela retroalimentação da saída do SQUID. Os resistores podem ser do mesmo valor ou de valores diferentes. Além disso, há a possibilidade de medir um resistor e um dispositivo QHE ou mesmo dois dispositivos QHE para a comparação de suas performances.

As medidas são realizadas sob controle computacional com a corrente levada para um valor pré-estabelecido, tanto negativo quanto positivo, onde elas são mantidas constantes com ruído e *drifts* suficientemente baixos para permitir alta confiança metrológica. As correntes são normalmente escolhidas para fornecer uma voltagem longitudinal de 0,3 volts ao longo do resistor de teste de 100 ohms. O amplificador do nanovoltímetro é capaz de medir em nível muito baixo, bem como fornecer a resolução requerida. A voltagem medida ao longo da ponte pelo nanovoltímetro representa a diferença de valor de dois resistores, permitindo as relações de corrente do CCC.

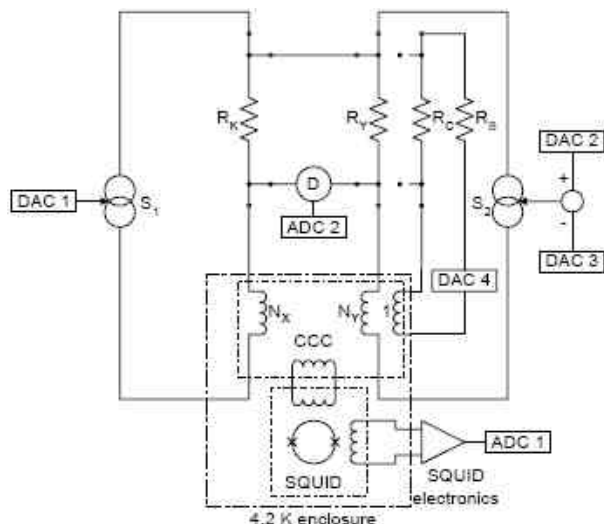


Fig. 9. Diagrama esquemático da ponte CCC. Imagem: National Physical Laboratory – Proposal to Inmetro

#### 4. PERSPECTIVAS

“O QHE é e permanece importante para a metrologia.”  
Klaus von Klitzing, workshop on QHE. Brasília, março 2007

A nova instrumentação adquirida pelo Inmetro permite expectativas de P&D em diferentes vertentes da metrologia elétrica. Além disso, a física do QHE, mesmo 27 anos após a sua descoberta, continua sendo tema central dentre as questões básicas em aberto no campo da Física da Matéria Condensada. Caracterizando-se, assim, um tópico moderno. O QHE converge conhecimento diversos, desde (e não somente!) a Física da Matéria Condensada em duas dimensões à Física Gravitacional e Teoria de Cordas.

Entre as expectativas de P&D a partir do sistema de resistência Hall quantizada, temos:

##### 4.1. Resistência ac quantizada e a rastreabilidade a grandeza de capacitância.

Além da promover o padrão de resistência dc, será possível a P&D da resistência ac quantizada e, como desdobramento, da rastreabilidade a grandeza de capacitância.

##### 4.2. Performances de dispositivos Hall

O sistema de resistência Hall quantizada permite, além da calibração do resistor de referência padrão do laboratório, a comparação entre dois dispositivos Hall. Essa possibilidade viabiliza parcerias entre o Inmetro e outros Intitutos Nacionais de Metrologia (NMI's, do inglês: National Metrology Institutes) e/ou universidades que confeccionem tais amostras.

##### 4.3. Triângulo metrológico

O CCC também é um dos pilares da P&D do tunelamento de único elétron (SET, do inglês: Single Electron Tunneling). A expectativa dessa pesquisa é, junto com efeito Josephson e o QHE [3], comprovar a lei de ohm quanticamente (figura 10).

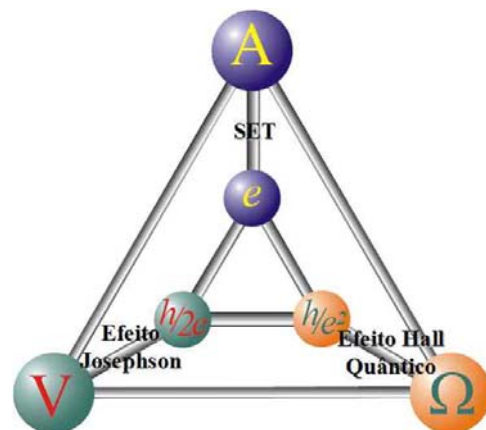


Fig. 10. Triângulo metrológico: aplicação direta da lei de ohm.

#### 4.4. Sistema conversor de He<sup>4</sup> gás em He<sup>4</sup> líquido.

Para que o Lares trabalhe em baixas temperaturas e possa atuar nas pesquisas acima citadas, também é necessária a implantação de um sistema de recuperação de He<sup>4</sup>.

O projeto se justifica, uma vez que o sistema de medição baseado no QHE precisa de 100 litros de He<sup>4</sup> líquido para o criostato do sistema de referência de resistência Hall quantizada e a mesma quantidade para o do CCC, Para manter o sistema operando, são necessários 50 litros e 20 litros por semana para o criostato da referência e do CCC, respectivamente.

#### 5. CONCLUSÃO

O mercado do mundo globalizado precisa de equivalências de padrões e certificações. Nesse cenário, o BIPM tem como missão operacionalizar uma linguagem metrológica comum, que está definida nas diretrizes traçadas no Acordo de Reconhecimento Mútuo (MRA, do inglês Mutual Recognition Arrangement). Tais diretrizes são fundamentadas no conhecimento científico, por isso, com a implantação dos padrões de resistência elétrica baseados em constantes fundamentais, o Inmetro garante sua participação nas comparações-chave, organizadas pelo BIPM, com os NMI's que possuem padronização quântica. Dessa forma, o Inmetro eleva o seu nível de confiança metrológica e contribui para um dos seus objetivos, que é facilitar as exportações brasileiras por meio do reconhecimento internacional, com participação ativa em diversos fóruns mundiais.

#### AGRADECIMENTOS

Ao Nacional Research Council Canada, na pessoa do Dr. Dave Inglis pelo treinamento de Janice de Brito Fernandes nas medidas de padrões de resistência elétrica baseadas no QHE.

Ao prof. Dr. Nei Fernandes de Oliveira Júnior, do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, pelas orientações fornecidas.

## REFERÊNCIAS

- [1] F. Delahaye, "Present State of Quantized-Hall-Resistance Metrology", *Metrologia*, vol. 25, pp. 73-79, Springer-Verlag, 1988.
- [2] K. von Klitzing G Dorda and M. Pepper, "New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, no. 6, pp. 494-497, Aug. 1980.
- [3] B. N. Taylor and T. J. Witt, "New International Electrical Standards Based on the Josephson and Quantum Hall Effects", *Metrologia*, vol. 26, pp. 47-62, Springer-Verlag, 1989.
- [4] L. Blik, "Present Understanding of the Quantum Hall Effect", *Metrologia*, vol 25, pp. 67-72, Springer-Verlag, 1988.
- [5] Para uma revisão do problema do QHE: K. N. Shrivastava, "Introduction to Quantum Hall Effect", *Nova Science Publishers, Inc.*, New York, 2002.
- [6] T. J. Witt, "Electrical resistance standards and the quantum Hall effect" *Review of Scientific Instruments*, vol. 69, pp. 2823-2843, Aug. 1998.
- [7] B. Jeckelmann, A. D. Inglis and B. Jeanneret, "Material Device, and Step Independence of the Quantized Hall Resistance", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol.44, no. 2, pp 269-272, Apr. 1995.
- [8] A. D. Inglis and I. Minowa, "Fabrication of Precision Quantized Hall Devices", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 46, no. 2, pp. 281-284, Apr. 1997.
- [9] F. Delahaye, D. Dominguez, F. Alexandre, J. P. Andre, J. P. Hirtz and M. Razeghi, "Precise Quantized Hall Resistance Measurements in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As and In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/InP Heterostructures", *Metrologia*, vol. 22, pp. 103-110, Springer-Verlag, 1986.
- [10] F. Delahaye and B. Jeckelmann, "Revised technical guidelines for reliable dc measurements of the quantized Hall resistance", *Metrologia*, vol. 40, pp. 217-223, Set. 2003.
- [11] F. Delahaye, "Technical Guidelines for Reliable Measurements of the Quantized Hall Resistance", *Metrologia*, vol. 26, pp. 63-68, Springer-Verlag, 1989.